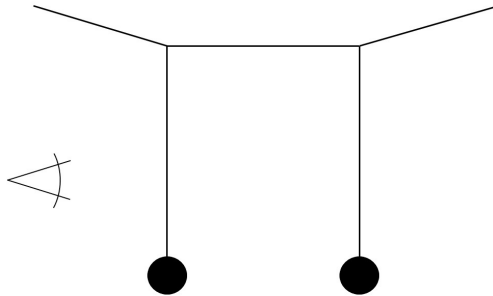


## Gekoppelte Pendel

### Aufgabe 1

Baut aus Stativmaterial ein Gestell, in das man eine "Leine" (Bindfaden) spannen kann. Diese Leine darf nachher ruhig ein wenig durchhängen. An die Leine werden zwei gleich



lange Pendel geknotet (Bindfäden mit Mastestücken unten daran). In der Skizze hier sind nur die Leine und die Pendel dargestellt, das Gestell nicht. Eine kleine Herausforderung besteht darin, dass in der Richtung, die hier in der Skizze von der Seite gesehen ist, nicht gerade eine Stange vor den Pendeln stehen darf. Wir wollen nachher so von der Seite daraufschauen, so dass in der Blickrichtung die Pendel hintereinander hängen.

Lenkt jetzt ein Pendel senkrecht zur Leine aus. Das andere ggf. festhalten, damit es in der Mitte bleibt. Lasst los (beide Pendel) und beobachtet, was passiert. *Schreibt in eurem Protokoll einen kurzen Text hierzu.*

Aus der Richtung wie in der oberen Skizze das Auge blickt und hier gezeichnet ist, soll die Pendelbewegung zur Videoanalyse gefilmt werden. Denkt auch an einen Maßstab im Bild.



In der Videoanalyse gibt es zwei Messreihen, für jedes Pendel eine.

Es müssen so viele Bilder ausgewertet werden, dass auf jede Hin- und Herbewegung eines Pendels deutlich mehrere Punkte entfallen und vor allem die Umkehrpositionen gut erfasst werden. Und zeitlich dürfen Video und Auswertung nicht zu kurz geraten.

Stellt die Messreihen für beide Pendel zusammen in einem Diagramm dar (x-Achse Zeit, y-Achse horizontale Position der Pendel (also x); die kleinen Höhenunterschiede (y der Pendel) beim Schwingen ignorieren wir hier mal). Ein Ausdruck des Diagramms ist natürlich das Wichtigste fürs Protokoll. (Leider kann der VideoAnalyzer die Punkte nicht verbinden.)

### Aufgabe 2

Was könnte man an diesem Versuch ändern? Untersucht mindestens eine Idee.

*Ausprobieren und eine Beschreibung verfassen, was passiert, ist auf jeden Fall Aufgabe.*

*(Ob sich noch eine Videoanalyse lohnt oder zeitlich passt, entscheiden wir in der Stunde.)*

## Theorie zu gekoppelten Pendeln

### Aufgabe 3:

Die Pendel werden beschrieben von den gekoppelten Differentialgleichungen

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 + k x_2$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 x_2 + k x_1$$

Jedes Pendel hat seine eigene rücktreibende Kraft, deren Stärke durch  $k_1$  und  $k_2$  beschrieben wird. Und jedes merkt etwas vom anderen, beschrieben durch die Kopplungskonstante  $k$ . Wir haben gleiche Pendel ( $m_1 = m_2 = m$  und  $k_1 = k_2$ ).

$$m \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 + k x_2 \quad (1)$$

$$m \ddot{x}_2 = -k_1 x_2 + k x_1 \quad (2)$$

Der Ansatz, die Gleichungen zu lösen, sei hier gegeben (mit Unbekannten  $\omega_1$  und  $\omega_2$ ):

$$x_1 = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)$$

$$x_2 = \cos(\omega_1 t) - \cos(\omega_2 t)$$

Setzt diesen Ansatz in (1) ein und *leitet daraus Formeln für  $\omega_1$  und  $\omega_2$  her*. Diese enthalten  $k_1$ ,  $k$  und  $m$ .

Berechnet  $\omega_1$  und  $\omega_2$  für  $m = 0.050$ ,  $k_1 = 0.450$  und  $k = 0.015$  (der Übersichtlichkeit halber hier ohne Einheiten rechnen).

Stellt mit diesen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  die *Funktionen*  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$  dar. Gemeint ist damit, mit einem graphischen TR oder Programm (z.B. GeoGebra) *plotten und ausdrucken* (oder im Moment unter eurem Namen wiederfindbar abspeichern).

Bereich für  $t$  von 0 bis etwa 150.

### Zusatzaufgabe 4:

Googelt nach Additionstheoreme Trigonometrie und sucht Formeln, wie man

$$x_1 = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)$$

$$x_2 = \cos(\omega_1 t) - \cos(\omega_2 t)$$

in Produkte von Sinus- oder Cosinusfunktionen umschreiben kann, um mathematisch verständlich zu machen, wie eine schnelle Oszillation von einer langsam veränderlichen Einhüllenden moduliert wird.

So eine Überlagerung zweier Schwingungen mit Frequenzen, die nahe beieinanderliegen, nennt man übrigens eine Schwebung.